

Qualifikationen und Berufungen

2000	Berufung zum Associate Professor	Chalmers University of Technology Göteborg
1996	Habilitation	Universität Bochum
1988	Promotion in Mathematik	Universität Bielefeld
1984	Erstes Staatsexamen, Mathematik, Physik	Universität Bielefeld

Berufliche Stationen

1984-1996	Wiss. Mitarbeiter an den Universitäten in Bielefeld, Bochum und Frankfurt (1984-1987 mit einer halben Stelle)
1996-1997	Vertretung einer Professur "Stochastik" (K. Th. Sturm) an der Universität Bonn
1997-1999	Vertretung der Professur "Mathematische Physik" (F. Otto) an der Universität Bonn
2000-2004	Permanente Stelle als ein Associate Professor an der Chalmers University of Technology Göteborg

Aus schwerwiegenden familiären Gründen sind wir im November 2004 nach Deutschland zurückgezogen, und seitdem arbeite ich als wissenschaftlicher Angestellter an der TU Clausthal.

Projekte

Von 2001 bis 2003 war ich Projektleiter von zwei Projekten:

- Das Projekt "Spektraltheorie unbegrenzter selbstadjungierter Operatoren" wurde durch den NFR Schweden finanziert.

- Das Projekt “Spektraltheorie von abstrakten, Differential- und Differenzenoperatoren” wurde durch die Königlich Schwedische Akademie der Wissenschaften finanziert.

Betreuung einer Marie-Curie-Stipendiatin

Von 2004 bis 2006 war ich Betreuer (“Scientific Contact Person”) einer Marie-Curie-Stipendiatin.

Konferenzen

- Im Jahr 1998 habe die Internationale Konferenz über Schrödingeroperatoren in Bonn organisiert.
- Ich war Mitglied des wissenschaftlichen Beirats des Max-Born-Symposiums in Breslau im Jahr 2001.
- Ich habe an zahlreichen internationalen Konferenzen teilgenommen, dabei mehrfach als ‘Invited Speaker’.

Wissenschaftlicher Werdegang

Dirichletformen

In meiner Dissertation habe ich die Frage untersucht, welche Markovformen zu einer Dirichletform fortgesetzt werden können. Jeder regulären Dirichletform kann man bekanntlich einen Markovprozeß zuordnen, was insbesondere zur Konstruktion von Lösungen von stochastischen Differentialgleichungen verwendet wird.

Singuläre Störungen von Schrödingeroperatoren

Im Anschluss an meine Dissertation habe ich das Kernforschungszentrum in Dubna besucht. Gemeinsam mit P. Exner, Y Kuperin und P. Šeba haben wir dort Modelle der Quantenmechanik studiert, bei denen das Potential außerhalb einer vorgegebenen Mannigfaltigkeit M mit Codimension 1 verschwindet. Physikalische Überlegungen haben zu der Vermutung geführt, dass der zugehörige Hamiltonoperatoren H die Bedingung

$$\int \lambda d(E_H(\lambda)f, f) = \int |\nabla f|^2 dx + \int |f|^2 d\mu, \quad f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^d), \quad (1)$$

erfüllt, wobei μ ein signiertes Maß mit Träger in M ist, das von dem jeweiligen Modell abhängt, und $E_H(\cdot)$ die Spektralschar von H bezeichnet.

Wir haben dann für große Klassen von signierten Maßen, zu denen insbesondere die in den genannten Modellen der Quantenmechanik auftretenden signierten Maße gehören, gezeigt, dass genau ein selbstadjungierter Operator H existiert, der (1) erfüllt. Dieser Operator wird im Folgenden mit $-\Delta + \mu$ bezeichnet. Wir haben Methoden zum Studium der Spektren solcher Operatoren entwickelt. Mit Hilfe dieser Methoden konnten wir die wesentlichen und die absolutstetigen Spektren dieser Operatoren bestimmen und obere Schranken für die Anzahl der Eigenwerte im diskreten Spektrum herleiten.

In späteren Arbeiten habe ich Bedingungen angegeben, die hinreichend für die asymptotische Vollständigkeit der Wellenoperatoren $W^\pm(-\Delta + \mu, -\Delta)$ sind, und Schatten-Norm Abschätzungen für Resolventendifferenzen der Form $(-\Delta + \mu - E)^{-1} - (-\Delta - E)^{-1}$ hergeleitet.

Wechselwirkungen in Mengen mit Kapazität Null

Ist Γ eine abgeschlossene Teilmenge des \mathbb{R}^d mit Kapazität Null, H ein selbst-adjungierter Operator in $L^2(\mathbb{R}^d)$ und

$$Hf = -\Delta f, \quad f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^d \setminus \Gamma), \quad (2)$$

so gibt es kein Maß $\mu \neq 0$, sodass (1) gilt.

Gemeinsam mit A. Teta habe ich Modelle studiert, bei denen Γ die Spur einer stetig differenzierbaren Kurve im \mathbb{R}^3 ist und somit eine Menge mit Kapazität Null und der Hamiltonoperator H (2) für dieses Γ erfüllt. Wir haben Methoden zur mathematischen Analyse solcher Operatoren entwickelt. Insbesondere ermöglichen unsere Methoden die Bestimmung der wesentlichen, der absolutstetigen und der singulär stetigen Spektren, der Eigenwerte und der Eigenfunktionen. Für spezielle Modelle haben wir auch die Streumatrix explizit berechnet.

Finanziell unterstützt durch die Königlich Schwedische Akademie der Wissenschaften habe ich gemeinsam mit Y. Berezansky, L. Nizhnik die genannten Untersuchungen viele Jahre später fortgeführt. Für sehr allgemeine abgeschlossene Mengen Γ mit Kapazität Null haben wir Methoden zur Untersuchung der Spektren von Operatoren H , die (2) erfüllen, entwickelt. Insbesondere haben wir für eine große Klasse solcher Operatoren H Abschätzungen für die Anzahl der diskreten Eigenwerte und Formeln für die zugehörigen Eigenfunktionen hergeleitet. Wir haben auch die genannten Untersuchungen von Schrödingeroperatoren mit singulären Potentialen fortgesetzt und schließlich damit begonnen gewisse zufällige Schrödingeroperatoren zu studieren, auf die ich im nächsten Abschnitt detailliert eingehen möchte.

Wechselwirkungen längs Brownscher Pfade

In verschiedenen Modellen der Quantenfeldtheorie untersucht man eine zufällige Familie von Schrödinger Operatoren in $L^2(\mathbb{R}^d)$ mit Potentialen, die von den Pfaden einer Brownschen Bewegung getragen werden. Wegen der Irregularität und Singularität der Träger der Potentiale und des zusätzlichen stochastischen Momentes ist es eine Herausforderung, Resultate über die Spektren solcher Operatoren zu erzielen.

In der Quantenfeldtheorie ist man darüberhinaus besonders am Fall $d = 4$ interessiert. Hier kommt dann erschwerend hinzu, dass die Kapazität eines Brownschen Pfades \mathbb{W} -f.s. Null ist. \mathbb{W} bezeichnet das Wiener-Maß.

Im Fall $d \leq 3$ sei $T \in (0, \infty)$ fest gewählt und

$$\mu_\omega(B) := \lambda^1(\{t \in [0, T] : \omega(t) \in B\})$$

für jede Borel-Menge B im \mathbb{R}^d . Ich habe Familien von Operatoren der Form $-\Delta + \rho_\omega \mu_\omega$, ρ_ω signierte beschränkte Dichtefunktionen, studiert. Auch in den Fällen $d = 4, 5$ habe ich Familien (H_ω) von Hamiltonoperatoren eingeführt, die eine Wechselwirkung längs der Spur von ω bis zum Zeitpunkt T beschreiben. Auf die technischen Details der Definition im höherdimensionalen Fall möchte ich an dieser Stelle nicht eingehen.

Ich habe Abschätzungen für den Erwartungswert der Anzahl der Punkte im diskreten Spektrum für solche zufälligen Familien von Schrödingeroperatoren gewonnen. Insbesondere ist der Erwartungswert endlich, obwohl, wie leicht zu sehen ist, im Fall $d > 1$ und $\rho_\omega = -1$ zu jedem $E \in \mathbb{R}$ und $N \in \mathbb{N}$ mit strikt positiver Wahrscheinlichkeit mehr als N Eigenwerte kleiner als E existieren. Im Fall $d \geq 3$ habe ich gezeigt, dass \mathbb{W} -f.s. keine positiven Eigenwerte vorhanden sind. Für beliebige $d \leq 5$ habe ich gezeigt, dass \mathbb{W} -f.s. die absolutstetigen Teile unitär äquivalent zum freien Hamiltonoperator sind und die singular stetigen Spektren leer.

Inverse Spektraltheorie

J sei ein nichtleeres offenes Intervall. Bekanntlich können wir jeden selbstadjungierten Operator H eindeutig darstellen als orthogonale Summe

$$H = H_J \oplus H_{\mathbb{R} \setminus J},$$

wobei H_B für beliebige Borelmengen B ein selbstadjungierter Operator im Wertebereich des Spektralprojektors $\chi_B(H)$ ist.

S sei ein symmetrischer Operator, der eine selbstadjungierte Fortsetzung H_0 besitzt, deren Resolventenmenge J enthält. Aufbauend auf gemeinsamen Arbeiten mit S. Albeverio, H. Neidhardt und J. Weidmann habe ich eine Methode entwickelt, die es ermöglicht, für jeden selbstadjungierten Operator A

zu entscheiden, ob eine selbstadjungierte Fortsetzung H von S existiert, sodass der Operator H_J unitär äquivalent zu A ist. Insbesondere ist es damit für jedes endliche Maß μ mit $\mu(\mathbb{R} \setminus J) = 0$ möglich zu entscheiden, ob μ das Spektralmaß einer selbstadjungierten Fortsetzung H von S ist.

Gefördert durch den NFR Schweden haben wir dann die entsprechenden globalen Probleme studiert. S sei ein symmetrischer Operator, D eine nichtleere offene Teilmenge von \mathbb{R} und es gebe eine selbstadjungierte Fortsetzung H_0 von S , sodass D in der Resolventenmenge von H_0 enthalten ist. Jeder selbstadjungierten Erweiterung H von S ordnen wir eine Operatorwertige Funktion M auf der oberen offenen komplexen Halbebene zu, die sogenannte Weyl-Funktion von (S, H) . Gemeinsam mit M. M. Malamud und H. Neidhardt habe ich Methoden entwickelt, die es in vielen Fällen ermöglichen, spektrale Eigenschaften von H an der Funktion M abzulesen.

Gemeinsam mit S. Albeverio haben wir dann angefangen, diese Ergebnisse dazu zu benutzen, für beliebige endliche Maße μ mit $\mu(\mathbb{R} \setminus D) = 0$ zu untersuchen, ob μ das Spektralmaß einer selbstadjungierten Erweiterung von S ist.

Die genannten sehr allgemeinen Ergebnisse und Methoden werden mittlerweile in konkreten Modellen zu Quantengraphen verwendet, vergleiche dazu z.B. J. Brüning, V. Gejler, K. Pankrashkin: Spectra of self-adjoint extensions and applications to solvable Schrödinger operators. Rev. Math. Phys. 20 (2008), no. 1, 1–70.

Konvergenz von Schrödingeroperatoren

μ sei ein signiertes Maß mit Masse in nur endlich vielen Punkten und $\varepsilon > 0$. K. Ožanová und ich haben einen einfachen und schnellen Algorithmus zur numerischen Berechnung der Eigenwerte des Operators $-\Delta + \varepsilon^2 \Delta^2 + \mu$ in $L^2(\mathbb{R}^3)$ entwickelt. Ferner haben wir nachgewiesen, dass Schrödingeroperatoren in $L^2(\mathbb{R}^3)$ mit einem Potential aus der verallgemeinerten Kato-Klasse im Normresolventensinne durch Operatoren dieser Form approximiert werden können. Dies hat die Entwicklung eines neuen effizienten und stabilen Verfahrens zur numerischen Berechnung von Eigenwerten von Schrödingeroperatoren mit Potentialen aus der verallgemeinerten Kato-Klasse ermöglicht. K. Ožanová hat die genannten Ergebnisse partiell auf Schrödingeroperatoren

mit einem regulären magnetischen und stark singulären elektrischen Potential erweitert.

Unter der Projekt-Bezeichnung “Convergence of Schrödinger Operators” wurde diese Arbeit in Form eines Marie-Curie-Stipendiums für K. Ožanová gefördert.

Konvergenz von Dirichletoperatoren

Gemeinsam mit A. Ben Amor und M. Demuth habe ich für eine große Klasse von infinitesimalen Erzeugern H von Markovprozessen (X_t) das Konvergenzverhalten von $H + b\mu$ für b gegen unendlich untersucht. μ ist hierbei ein beliebiges Maß ohne Masse auf bezüglich (X_t) polaren Mengen. Wir haben insbesondere gezeigt, dass die Operatoren im Normresolventensinne mindestens so schnell wie $1/b$ konvergieren, wenn μ ein Gleichgewichtsmaß bezüglich (X_t) ist, dass dieses Ergebnis scharf ist in dem Sinne, dass Konvergenz schneller als c/b in diesem Kontext niemals auftritt und wir haben die Maße μ charakterisiert, bei denen Konvergenz mit maximaler Geschwindigkeit vorliegt. Unsere Ergebnisse sind selbst in dem wichtigen Spezialfall, in dem (X_t) die Brownsche Bewegung im \mathbb{R}^d ist, neu.